

1. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)
 - (ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ i $z_2 = 4\sqrt{3} - 4i$. Predočite te brojeve. (3 boda)
 - (iii) Predočite broj z ako je $|z| = 3$ i argument $\varphi = \frac{4\pi}{3}$. (2 boda)
 - (iv) Napišite formulu za potenciranje brojeva u trigonometrijskom prikazu i primijenite je na z_1, z_2 iz (ii) za računanje treće potencije. Precizna slika! (3 boda)
2. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete. (3 boda)
 - (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
 - (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije. (2 boda)
 - (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 1$. (2 boda)
3. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} x - 2y - z &= -2 \\ 2x - z &= -3 \\ 2x - y - z &= 4. \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

- (ii) Pokažite da je

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i) i koristeći tu matricu riješite gornji sustav.
(4 boda)

- (iii) Zapišite opći sustav 2×2 . Koji je uvjet da taj sustav ima jedinstveno rješenje? Napišite primjer takvog sustava koji nema nijedno rješenje te neki sustav koji ima beskonačno mnogo rješenja. (4 boda)
4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (4 boda)
 - (ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)
 - (iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = \sqrt[3]{x}$. (2 boda)
 - (iv) Koja je veza između grafova dvaju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x)$ kao u (iii). Precizan crtež. (2 boda)
5. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)
 - (ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = x^4 + 1$. (2 boda)
 - (iii) Predočite geometrijski tangentu na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)
 - (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^2 + 2x$ u točki s prvom koordinatom $x_0 = -3$ i predočite tu tangentu. (3 boda)

1. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} -x - y + 2z &= -3 \\ y - z &= -1 \\ -2x - 3y + 4z &= 2. \quad (2 \text{ boda}) \end{aligned}$$

- (ii) Pokažite da je

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i) i koristeći tu matricu riješite gornji sustav.
(4 boda)

- (iii) Zapišite opći sustav 2×2 . Koji je uvjet da taj sustav ima jedinstveno rješenje? Napišite primjer takvog sustava koji nema nijedno rješenje te neki sustav koji ima beskonačno mnogo rješenja. (4 boda)
2. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)
(ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = x^4 + 2$. (2 boda)
(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)
(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^2 + 3x$ u točki s prvom koordinatom $x_0 = -3$ i predočite tu tangentu. (3 boda)
3. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)
(ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}i$ i $z_2 = 2\sqrt{3} - 2i$. Predočite te brojeve. (3 boda)
(iii) Predočite broj z ako je $|z| = 3$ i argument $\varphi = \frac{5\pi}{3}$. (2 boda)
(iv) Napišite formulu za potenciranje brojeva u trigonometrijskom prikazu i primijenite je na z_1, z_2 iz (ii) za računanje treće potencije. Precizna slika! (3 boda)
4. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete.
(3 boda)
(ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
(iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije. (2 boda)
(iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x-1} - 1$. (2 boda)
5. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite.
(4 boda)
(ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)
(iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = \sqrt[3]{x}$. (2 boda)
(iv) Koja je veza između grafova dvaju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x)$ kao u (iii). Precizan crtež. (2 boda)

MATEMATIKA I

2. DIO, A grupa

16. veljače 2010.

1. Zadani su vektori $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ i $\vec{c} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.
 - (i) Izrazite vektor \vec{c} kao linearu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{b} . (6 bodova)
 - (ii) Nađite površinu paralelograma razapetog vektorima \vec{a} i \vec{b} . (4 boda)
2. (i) Nađite kvadratnu funkciju čiji graf prolazi točkama $T_1(0, 27)$, $T_2(1, 16)$ i $T_3(2, 7)$. (6 bodova)
(ii) Riješite jednadžbu $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$. (4 boda)
3. Zadana je funkcija $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - 4$.
 - (i) Odredite jednadžbu tangente na graf te funkcije u točki u kojoj graf siječe os y . (5 bodova)
 - (ii) Pronađite sve točke na grafu te funkcije u kojima su tangente paralelne s osi x . (5 bodova)
4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-3x-1}{x+1}$. Odredite:
 - (i) domenu i nultočke funkcije, (2 boda)
 - (ii) asimptote, (3 boda)
 - (iii) područja pada, rasta, (3 boda)
 - (iv) lokalne ekstreme, (2 boda)
 - (v) područja konveksnosti, konkavnosti, (3 boda)
 - (vi) točke infleksije. (3 boda)
 - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)

MATEMATIKA I

2. DIO, B grupa

16. veljače 2010.

1. (i) Nađite kvadratnu funkciju čiji graf prolazi točkama $T_1(0, 9)$, $T_2(1, 0)$ i $T_3(2, -7)$. (6 bodova)
(ii) Riješite jednadžbu $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$. (4 boda)
2. Zadana je funkcija $f(x) = -x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 6x + 4$.
 - (i) Odredite jednadžbu tangente na graf te funkcije u točki u kojoj graf siječe os y . (5 bodova)
 - (ii) Pronađite sve točke na grafu te funkcije u kojima su tangente paralelne s osi x . (5 bodova)
3. Zadani su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\vec{c} = 3\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$.
 - (i) Izrazite vektor \vec{c} kao linearu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{b} . (6 bodova)
 - (ii) Nađite površinu paralelograma razapetog vektorima \vec{a} i \vec{b} . (4 boda)
4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-3x+1}{x+1}$. Odredite:
 - (i) domenu i nultočke funkcije, (2 boda)
 - (ii) asimptote, (3 boda)
 - (iii) područja pada, rasta, (3 boda)
 - (iv) lokalne ekstreme, (2 boda)
 - (v) područja konveksnosti, konkavnosti, (3 boda)
 - (vi) točke infleksije. (3 boda)
 - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)